

cal power ( $W$ ) fed to the wire, and the corresponding temperature ratio ( $T_2/T_1$ ) and temperatures  $T_2$  are also shown. It will be noted that the separation factor increases with  $T_2$  for both systems and, consequently, here again for nonisotopic mixtures we find that the operation at a high hot wire temperature is preferable, though under certain conditions<sup>9</sup> this simple conclusion may be invalidated.

(c) *Composition Dependence of  $q$*

In the separation of nonisotopic mixtures the composition of the mixture is another important

<sup>9</sup> V. K. SAXENA and S. C. SAXENA, Indian J. Technol. **4**, 347 [1966].

variant to be considered in contrast with isotopic mixtures. Not enough guidance is available at the moment from previously published results<sup>7</sup>. Our results in Table 1 throw some light on this point. A careful relative evaluation reveals that the separation factor increases as the proportion of the lighter component in the mixture is decreased. This result is of great importance and of considerable help in the extraction of the light gas impurity from the mixture.

*Acknowledgements.* The experimental measurements reported here were conducted at the Department of Physics, University of Rajasthan, Jaipur, India, and were supported through a grant from the Department of Atomic Energy, Government of India, Bombay.

## Thermische Resonatoreffekte bei YAG : Nd<sup>3+</sup>-Dauerstrichlasern

V. BAUMGARTNER und J. SCHUBERT

Zentral-Laboratorium für Nachrichtentechnik der Siemens AG, München

(Z. Naturforsch. **21 a**, 1382–1386 [1969]; eingegangen am 3. Juni 1969)

Anhand eines Resonatormodells von BYKOV und VAINSHTEIN wurden an YAG:Nd<sup>3+</sup>-Stäben thermische Resonatoreffekte im Laserbetrieb untersucht.

Die YAG:Nd<sup>3+</sup>-Stäbe mit 25 mm bzw. 75 mm Länge und 3 mm Durchmesser wurden jeweils in einem angepaßten, exfokalen, rotationssymmetrischen Pumpsystem kontinuierlich bzw. im 100 Hz Halbwellenbetrieb gepumpt. Die Laserstäbe waren an den Enden mit dielektrischen Vielfachschichten belegt. Es ergaben sich thermische Krümmungsradien von 1–4 m bei einer Emission von 20–60 transversalen Moden. Die durch das optische Pumpen hervorgerufene Temperaturerhöhung im Kristall wurde mit  $\Delta T = 0,57^\circ\text{C}/100 \text{ W}$  bestimmt. Die Kenntnis der effektiven Resonatorkrümmung ist wichtig für eine Korrektur dieses störenden Effektes.

Festkörperlaser zeigen eine starke Abhängigkeit ihrer Funktion von der Temperatur des Lasermaterials. Eine Temperaturerhöhung wirkt sich in der Strahldivergenz sowie in der Anzahl und Ordnung der schwingenden transversalen Moden aus. Benutzt man Stäbe mit direkt auf die Endfläche aufgedampften Spiegeln, so bewirkt eine Erwärmung des Kristalls die Ausbildung effektiv gekrümmter Endflächen; ein zunächst ebener Resonator geht so während des Betriebes in einen allgemeinen konfokalen Resonator über. In früheren Arbeiten<sup>1–4</sup> wurden thermische Effekte an Rubinlasern studiert. Wir haben die Effekte an YAG:Nd<sup>3+</sup>-Stäben untersucht, bei denen wegen des Vier-Niveaucharakters

dieses Materials ein wesentlich geringerer Temperatureinfluß als bei dem Drei-Niveau-Material Rubin zu erwarten war. Die experimentell ermittelten Werte der thermisch bedingten Krümmungsradien und die Temperaturerhöhung in YAG:Nd<sup>3+</sup>-Lasern unterscheiden sich von den entsprechenden Rubinstäben um etwa eine Größenordnung.

Bei den durchgeführten Experimenten wurden YAG:Nd<sup>3+</sup>-Stäben verschiedener Länge, jedoch gleichen Durchmessers (30 mm bzw. 75 mm lang, 3 mm Ø) in einem jeweils angepaßten exfokalen, rotationssymmetrischen Pumpsystem nach<sup>5</sup> gepumpt. Als Pumplichtquelle wurden zwei verschiedene Lampentypen verwendet: eine Quarz-Jod-

Sonderdruckanforderungen erbeten an V. BAUMGARTNER, Zentrallaboratorium für Nachrichtentechnik der Siemens A.G., Forschungslaboratorium 43, D-8000 München, Hofmannstr. 51

<sup>1</sup> D. Röss, Z. Naturforsch. **21 a**, 1731 [1966].

<sup>2</sup> G. ZEIDLER, Z. Naturforsch. **22 a**, 909 [1967].

<sup>3</sup> G. ZEIDLER, Z. Naturforsch. **22 a**, 566 [1967].

<sup>4</sup> D. Röss, J. Appl. Phys. **37**, 3587 [1966].

<sup>5</sup> D. Röss, Appl. Opt. **3**, 259 [1964].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Lampe (30 mm-Stab) und eine 2,5 kW Xenonlangbogenlampe (75 mm-Stab). Die Endflächen der kalten Stäbe wichen um  $2 \cdot \lambda/4$  (30 mm-Stab) bzw.  $3 \cdot \lambda/4$  (75 mm-Stab) von der Planparallelität ab. Die Endflächen waren mit dielektrischen Vielfachschichten von 99,8% und 97% Reflexion verspiegelt.

## I. Zur Theorie des thermisch gekrümmten Resonators

Aus den geometrischen Eigenschaften der Ellipse haben BYKOV und VAINSSTEIN<sup>6</sup> eine Quantisierungsbedingung für die Kaustik von Eigenmoden in gekrümmten Resonatoren gewonnen. Diese Bedingung verknüpft die meßbaren Größen des Fleckradius  $x_m$  und der Strahlöffnung  $\xi$  mit dem Index  $m$  der schwingenden transversalen Moden<sup>2,3</sup>:

$$2m + 1 = (2\pi/\lambda)x_m\xi. \quad (1)$$

In der Resonatormitte gilt bei Verwendung elliptischer Koordinaten

$$(x = d \cdot \operatorname{ch} \xi \cdot \sin \xi, \quad y = d \cdot \operatorname{sh} \xi \cdot \cos \xi)$$

für die Taille der Kaustik

$$x_0 \approx d\xi_0. \quad (2)$$

In dieser Näherung gewinnt man unter Verwendung bekannter Formeln einen Ausdruck für den thermischen Krümmungsradius  $R_{\text{th}}$  (s. z. B. <sup>7</sup>)

$$R_{\text{th}} = (2/l)(x_m/\xi)^2. \quad (3)$$

Um Gl. (3) zu erhalten, geht man von der Beziehung

$$\left(\frac{x}{x_0}\right)^2 = \frac{rl - x_0}{rl - (1/2)^2 - x_0} \quad (4)$$

(s. <sup>7</sup>, p. 202) ( $r$  = Radius,  $l$  = Länge des Resonators,  $x_0$  = Taillenradius,  $x$  = Fleckradius) und der Beziehung

$$d = \frac{1}{2}l\sqrt{(2\rho/l) - 1} \quad (5)$$

( $d$  = Abstand der Brennpunkte,  $\rho$  = Krümmungsradius im Scheitel) aus, die aus der Ellipsengleichung folgt. Gln. (2), (4) und (5) liefern den durch thermische Effekte bedingten effektiven Krümmungsradius  $R_{\text{th}}$ , auch in einem Resonator, der ohne thermischen Gradienten als eben (ebener Grenzfall) zu betrachten wäre.

<sup>6</sup> V. P. BYKOV u. L. A. VAINSSTEIN, Soviet Phys.-JETP **20**, 338 [1965].

Die Beziehung (3) gilt unter der Voraussetzung, daß Resonatorspiegel und Kaustik ein System konfokaler Ellipsen und Hyperbeln bilden.  $R_{\text{th}}$  stellt in der Näherung (2) den Krümmungsradius der Ellipse für  $x = 0$  dar. Mit Gl. (1) und (3) läßt sich das thermische Verhalten des Resonators beschreiben, wenn man den Fleckradius und die Strahlöffnung mißt.

## II. Experimentelle Anordnung und Messungen

Zur experimentellen Prüfung von Gl. (3) wurde mit zwei YAG: Nd<sup>3+</sup>-Stäben (30 mm lang und 75 mm lang, 3 mm ø) bei verschiedenen Pumpleistungen das Nah- und Fernfeld aufgenommen.

Hierzu wurde die Intensitätsverteilung von Nah- und Fernfeld mit einem Multipliern, dessen Öffnung klein gegen den Strahlquerschnitt war, senkrecht zur Strahlachse durchfahren.

Beide Stäbe sind auf Grund der rotationssymmetrisch angepaßten Pumpgeometrie thermisch ebenfalls rotationssymmetrisch belastet.

Mit der Quarz-Jod-Lampe wurde im 100 Hz-Halbwellenbetrieb gearbeitet, wobei das Pumplicht infolge der thermischen Trägheit der Glühwendel nicht voll durchmoduliert wurde. Die Leuchtdichteverteilung spiegelt sich in grober Näherung in der Nahfeldverteilung (Abb. 2a) wider.

Die Xenon-Langbogenlampe wurde ebenfalls im 100 Hz-Halbwellenbetrieb betrieben. Im Gegensatz zur Quarz-Jod-Lampe tritt bei diesem Lampentyp eine vollständige Modulation der Pumplichtintensität ein. Bei dieser wassergekühlten, wandstabilisierten Bogenentladungslampe nimmt die Temperatur und somit auch die Leuchtdichte vom Bogenzentrum zur Quarzwand hin in erster Näherung exponentiell ab.<sup>8</sup> Die Temperaturverteilung spiegelt sich in der Intensitätsverteilung im Nahfeld (Abb. 2b) in grober Näherung wider.

### a) Zeitverlauf der Emission

In Abb. 1a ist für den 75 mm langen Stab der Verlauf der Laseremission im 100 Hz-Halbwellenbetrieb mit der Xenonbogenlampe gezeigt. Man erkennt eine gute Reproduzierbarkeit der umhüllenden Laseremission. Abb. 1b zeigt einen zeitlich ge-

<sup>7</sup> D. RÖSS, Laser, Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt/Main 1966.

<sup>8</sup> F. KOHLRAUSCH, Praktische Physik, 2, [1962].

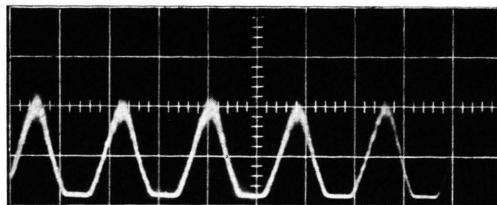


Abb. 1a. Umhüllende der Laseremission im 100 Hz-Halbwellenbetrieb mit einer Xenonlampe. Abszisse: 5 msec/Einheit.

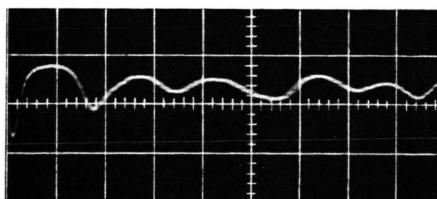


Abb. 1b. Einschwingverhalten eines im 100 Hz-Halbwellenbetrieb gepumpten YAG: Nd<sup>3+</sup>-Stabes. Abszisse: 20  $\mu$ sec/ Einheit.

dehnten Ausschnitt mit Relaxationsschwingungen. Die Form dieser Einschwingimpulse variiert sehr stark, so daß das Kurzzeitverhalten nahezu regellos ist. Die Gesamtemission ist aber dennoch ausreichend stabil, um Messungen der umhüllenden Laseremission im Raum zeitlich nacheinander durchführen zu können.

### b) Nah- und Fernfeld der Emission

In Abb. 2a und 2b sind Querschnittsmessungen der Nahfeldverteilung auf der Kristalloberfläche für verschiedene Pumpleistungen wiedergegeben. Die Abb. 3a und 3b zeigen die entsprechenden Fern-

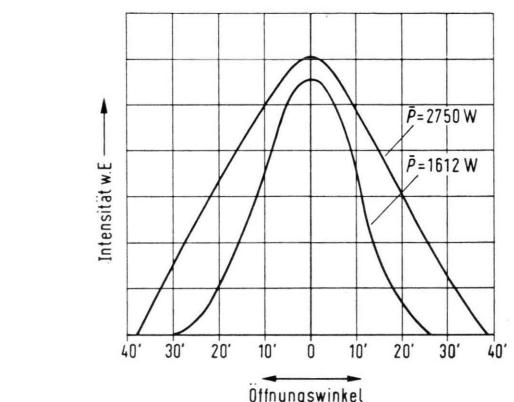
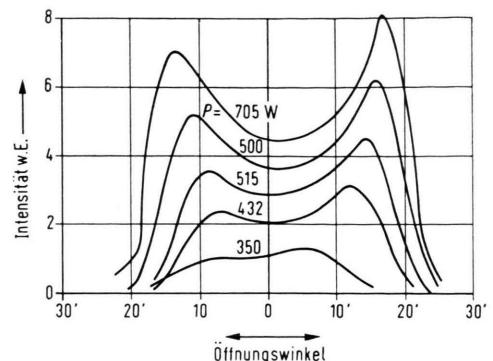


Abb. 3. Fernfeldverteilung zweier YAG: Nd<sup>3+</sup>-Stäbe für verschiedene Pumpleistungen. a) 30 mm-Stab mit Glühlampe gepumpt, b) 75 mm-Stab mit Xenon-Bogenlampe gepunkt.

feldverteilungen. Als Grund der Unsymmetrie in den Verteilungen 2a und 3a sehen wir zwei Ursachen: Einmal ist der Kristall selbst keilig — was zu unsymmetrischer Amplitudenverteilung der Transversalmoden führt — und andererseits erzeugt bei der

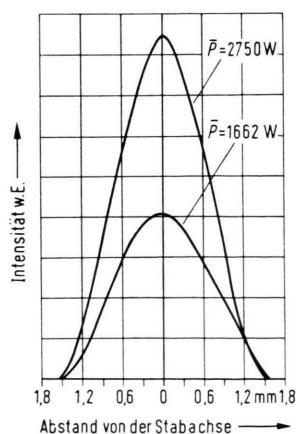
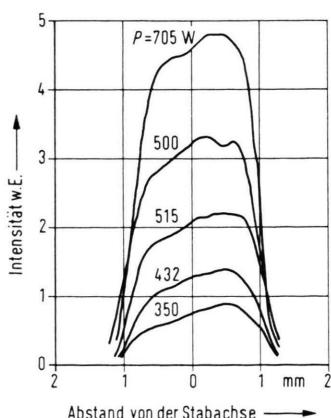


Abb. 2. Nahfeldverteilung zweier YAG: Nd<sup>3+</sup>-Stäbe für verschiedene Pumpleistungen. a) 30 mm-Stab mit Glühlampe gepunkt, b) 75 mm-Stab mit Xenon-Bogenlampe gepunkt.

Ausleuchtung des Kristalls mit einer Wendellampe das mit der Pumpleistung zunehmende Durchhängen der Wolframwendel eine unsymmetrische Ausleuchtung des Laserstabes.

Aus Abb. 2b und 3b erkennt man, daß die Verteilung von einer Gaußschen Verteilung bei niedriger Pumpleistung in eine Dreieckverteilung bei höherer Pumpleistung übergeht. Bei diesem Übergang dürfte die Transformationseigenschaft des Ellipsoide eine wesentliche Rolle spielen.

Aus den Fernfeldverteilungen Abb. 3a und 3b entnimmt man einen Wert für den Öffnungswinkel von a) 20' bzw. b) 35'. Dieser relativ hohe Wert setzt sich aus der Divergenz der Laseremission bei Anregung höherer transversaler Moden und aus der endlichen Öffnung des Grundmode in dem durch thermische Effekte effektiv gekrümmten Resonators zusammen. Die Abb. 6 zeigt die für den 75 mm langen Stab gemessene reine Divergenz bei Kompensation des sphärischen Anteils. Sie beträgt etwa 10'.

### c) Index der schwingenden transversalen Moden; thermischer Krümmungsradius

Aus den Abb. 2 und 3 kann man den Index in der maximal schwingenden transversalen Ordnung aus dem Fleckradius  $x_m$  und der zugehörigen Strahlöffnung  $\xi$  entnehmen. Daraus folgt der thermische Krümmungsradius  $R_{th}$  (Gl. 3). Beide Größen sind in den Abb. 4 und 5 als Funktion der normierten Pumpleistung ( $P/P_s$ ) ( $P_s$  = Schwellleistung) darge-

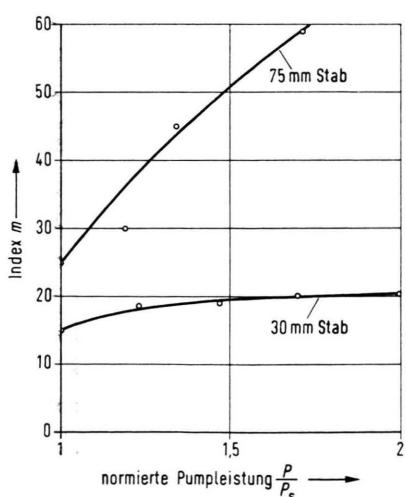


Abb. 4. Index  $m$  der transversalen Moden als Funktion der normierten Pumpleistung.

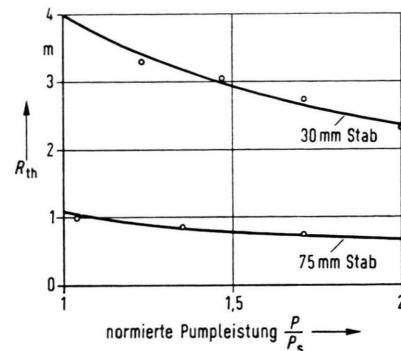


Abb. 5. Thermischer Krümmungsradius  $R_{th} \cdot n$  des durch thermische Effekte im Laserbetrieb effektiv gekrümmten, nominell ebenen Fabry-Perot-Resonators als Funktion der normierten Pumpleistung ( $n$  = Berechnungsindex).

stellt. Man erkennt, daß der systematische Gang in beiden Fällen gleich ist: Anwachsen des maximalen Index  $m$  und Abnahme des effektiven Krümmungsradius  $R_{th}$  mit wachsender Pumpleistung. Die quantitativen Unterschiede der absoluten Werte resultieren aus den verschiedenen Pumpmethoden und unterschiedlichen Kristallängen.

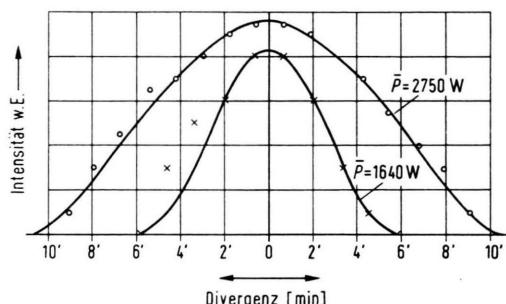


Abb. 6. Echte Strahldivergenz (sphärisch korrigierter Anteil) bei zwei verschiedenen Pumpleistungen bei Verwendung des 75 mm langen YAG: Nd<sup>3+</sup>-Stabes.

Ursache für die thermische Krümmung des Resonators ist der aus Pumplichtverteilung und Kühlung resultierende Temperaturgradient im Kristall.

Vergleicht man die gemessenen Werte mit den äquivalenten des Rubins, so findet man einen Unterschied von etwa einer Größenordnung. In der folgenden Tabelle sind typische Werte für YAG: Nd<sup>3+</sup> und Rubin zusammengestellt.

	$R_{th}$	$m$	$T$
YAG: Nd <sup>3+</sup>	1–4 m	20–60	0,57 °C/100 W
Rubin	0,5 m	20	6,5 °C/100 W

Die Absolutwerte sind von der jeweiligen Kühlungsanordnung abhängig, deren Wirksamkeit in den verglichenen Experimenten etwa gleich ist.

*d) Analyse des Spektrums*

Das Spektrum des 30 mm langen Laserstabes wurde mit einem Fabry-Perot-Interferometer gemessen. Man erhält hieraus einen Schätzwert für die Temperaturverteilung im Kristall. Der Plattenabstand des Fabry-Perot-Interferometers betrug 1,74 mm, womit in der ersten Ordnung die transversalen Moden genügend aufgelöst werden können. Die Variation der Temperatur mit der Pumpleistung ergibt einen Gang der einzelnen Moden (Abb. 7, 8). Mit den in der Literatur<sup>3</sup> angegebenen Werte für  $dn/dT$  und  $dl/dT$  für YAG: Nd<sup>3+</sup>

$$dn/dT = 4,8 \cdot 10^{-6} / ^\circ C, \quad dl/dT = 9,3 \cdot 10^{-6} / ^\circ C$$

findet man aus einer Abschätzung nach<sup>3</sup> und<sup>5</sup> eine Temperaturerhöhung  $\Delta T$  von

$$\Delta T = 0,57 ^\circ C / 100 \text{ Watt}.$$

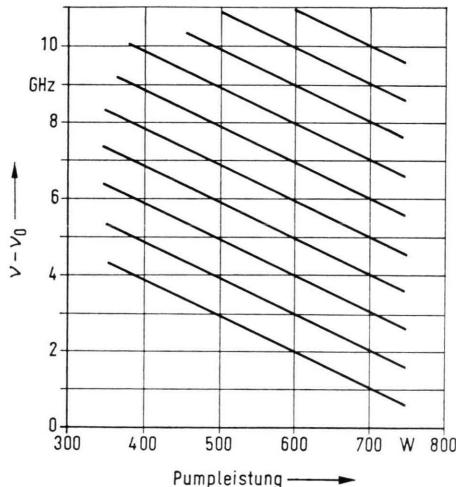


Abb. 7. Spektrum der axialen Moden des 30 mm langen YAG: Nd<sup>3+</sup>-Stabes als Funktion der Pumpleistung. Pumpquelle: Quarz-Jod-Glühlampe.



Abb. 8. Spektrum der axialen Moden bei verschiedenen Pumpleistungen (350, 430, 550, 600 W).

Dieser Wert unterscheidet sich von dem für Rubin wieder um eine Größenordnung.

### III. Schlußfolgerung

Anhand der beschriebenen Experimente konnten wir ein analytisches Modell für die thermischen Effekte im Laserkristall nachprüfen. Die experimentellen Beobachtungen der transversalen Modenstruktur in kontinuierlich gepumpten YAG: Nd<sup>3+</sup>-Lasern mit nominell ebenen Spiegeln lassen sich quantitativ als Folge von thermisch bedingten Resonatorkrümmungen deuten.

Die Emission als Funktion der jeweiligen Temperaturverteilung im Kristall muß noch im einzelnen untersucht werden.

Herrn Dr. Röss und Hr. ZEIDLER danken wir für die anregende Diskussionen.